Dağılım Sayısı ve Olasılığı Hesabı

Hazırlayan: Okan Zabunoğlu

İlk olarak 26 kartın 13-13 kaç farklı şekilde dağıtılabileceğini bulalım.

$$\frac{26!}{(13!)\times(13!)} = \mathbf{10\ 400\ 600}$$

(! = Faktöriyel; mesela, 6!=2 x 3 x 4 x 5 x 6= 720)

Şimdi, dışarıdaki (mesela ♠ renginden) **6 kartın 3-3 dağılma olasılığını hesaplamak için**, önce her iki elde 3'er kart ♠ içeren toplam kaç kombinasyon olduğunu bulmalıyız. Bunun için, ♠'ler hariç, kalan 20 kartı iki ele 10-10 dağıtmamız lazım; her bir elde 3 adet boş yer kalsın ki ♠'ler 3-3 olabilsin. 20 kartın 10-10 kaç farklı şekilde dağıtılabileceğini bulduktan sonra, bu sayı ile 6 tane ♠'in 3-3 dağılım sayısını çarparak, ♠'lerin 3-3 dağıldığı toplam kombinasyon sayısına ulaşırız.

$$\frac{20!}{(10!)\times(10!)} \times \frac{6!}{(3!)\times(3!)} = 184\ 756\ \times 20 = 3\ 695\ 120$$

Bu sayıyı, 26 kartın 13-13 toplam dağılım sayısı olan 10 400 600'e bölerek **dışarıdaki 6 tane**

♠'in 3-3 dağılma olasılığı bulunur: $\frac{\mathbf{3\ 695\ 120}}{\mathbf{10\ 400\ 600}} = \mathbf{0,3553}$ **= % 35,53**

Benzer şekilde, ♠'lerin 4-2 (Batıda 4, Doğuda 2 tane) dağılım sayısını bulalım. Bu durumda, önce ♠'ler hariç kalan 20 kartın Batıya 9 Doğuya 11 kart gidecek şekilde dağılması gerekir. Sonra, 20 kartın 9-11 dağılım sayısı ile 6 kartın 4-2 dağılım sayısı çarpılarak istenen kombinasyon sayısı bulunur.

$$\frac{20!}{(9!)\times(11!)} \times \frac{6!}{(4!)\times(2!)} = 167\ 960\ \times 15 = 2\ 519\ 400$$

Veya ♠'lerin 2-4 (Batıda 2, Doğuda 4 tane) dağılım sayısı:

$$\frac{20!}{(11!)\times(9!)} \times \frac{6!}{(2!)\times(4!)} = 167\ 960\ \times 15 = 2\ 519\ 400$$

O halde dışarıdaki 6 tane ♠'in 4-2 dağılma olasılığı = $\frac{\mathbf{2\ 519\ 400}}{\mathbf{10\ 400\ 600}} = \mathbf{0,2422}$ **= % 24,22**

Ve 2-4 dağılma olasılığı da aynı: % 24,22

Toplam (4-2) artı (2-4) dağılma olasılığı = % 48,44

♠'lerin 5-1 (ve aynı zamanda 1-5) dağılım sayısı:

$$\frac{20!}{(8!)\times(12!)}\times\frac{6!}{(5!)\times(1!)}=125\,970\ \times 6=755\,820$$

O halde 5-1 dağılma olasılığı = $\mathbf{\frac{755\,820}{10\,400\,600}=0,0727}$ **= % 7,27**

Ve 1-5 dağılma olasılığı da aynı: % 7,27

Toplam (5-1) artı (1-5) dağılma olasılığı = % 14,54

6-0 (ve aynı zamanda 0-6) dağılım sayısı *(sıfır faktöriyel = 0! = 1 olduğunu not ederek)*:

$$\frac{20!}{(7!)\times(13!)}\times\frac{6!}{(6!)\times(0!)}=77\,520\ \times 1=77\,520$$

O halde 6-0 dağılma olasılığı = $\mathbf{\frac{77\,520}{10\,400\,600}=0,0075}$ **= % 0,75**

Ve 0-6 dağılma olasılığı da aynı: % 0,75

Toplam (6-0) artı (0-6) dağılma olasılığı = % 1,5

<u>Yalnızca 6 tane ♠'in dağılım sayıları ise şöyledir.</u>

♠'ler 3-3 ise, dağılım sayısı= $\frac{6!}{(3!)\times(3!)}=20$

♠'ler 2-4 ise, dağılım sayısı= $\frac{6!}{(2!)\times(4!)}=15$

♠'ler 4-2 ise, dağılım sayısı= 15

♠'ler 1-5 ise, dağılım sayısı= $\frac{6!}{(1!)\times(5!)}=6$

♠'ler 5-1 ise, dağılım sayısı= 6

♠'ler 0-6 ise, dağılım sayısı= 1

♠'ler 6-0 ise, dağılım sayısı= 1

6 kart için toplam dağılım sayısı = 64

NOT: Eğer, mesela, 3-3 dağılma olasılığını, buradaki 3-3 dağılım sayısını (20) toplam sayı olan 64'e bölerek bulmaya çalışırsak, sonuç 0,3125 çıkar. Bu sayı doğru değerden (0,355) oldukça uzaktır; çünkü bu hesapta kalan 20 kartın nasıl dağıldığı dikkate alınmamıştır.

Bir renkteki farklı kart sayıları için dağılım olasılıkları ve sayıları ekteki tabloda verilmiştir.

Küçük bir uygulamanın yeridir.

Kuzey: ♠A93
Güney: ♠RT82

Bu renkten 3 löve almanın en OLASI yolu nedir?

Önce oyun tarzı seçeneklerini belirleyelim.

Oyun-1: A ve R çekmek.
Oyun-2: A’a gidip, çift empas atmak (A’tan sonra, 9’lu, boş boş; sonra da yerden T’luya doğru).
Oyun-3: 9’luya doğru küçük ile başlamak ve sonra A çekip empas atmak.

Oyun-1 (A ve R çekmek);

3-3 dağılımların hepsinde: % **35,5**

4-2 ve 2-4 dağılımlarda, ♠D veya ♠V iki parça ise: $48{,}4 \times \frac{18}{30} = \%\ \mathbf{29,0}$

Buradaki 18/30 kesri, ♠D veya ♠V’nin iki parça olduğu dağılım sayısının yalnızca 6 tane ♠’in toplam 4-2 ve 2-4 dağılım sayısına (15+15=30) oranıdır. Şöyle ki dışarıdaki ♠’ler DV5432 ise; Batıda D2, D3, D4, D5, DV, V2, V3, V4 ve V5 olarak 9 dağılım ve aynı şekilde Doğuda da 9 dağılım olabilir, yani toplam 30 dağılımın 18’inde ♠D veya ♠V iki parça olabilir.

5-1 ve 1-5 dağılımlarda, ♠D veya ♠V tek ise: $14{,}6 \times \frac{4}{12} = \%\ \mathbf{4,9}$

6-0 ve 0-6 dağılımlardan yalnızca birinde (büyük onörü çektiğimiz elin sağı boş verirse): **%0,75;** başarıya ulaşır.

Oyun-1’in başarı olasılığı: 35,5 + 29,0 + 4,9 + 0,75 = **% 70,2**

Oyun-2 (A’a gidip çift empas atmak);

3-3 dağılımlarda, ♠D veya ♠V Doğuda ise: $35{,}5 \times \frac{16}{20} = \%\ \mathbf{28,4}$

2-4 dağılımların hepsinde: **% 24,2**

4-2 dağılımlarda, ♠D veya ♠V Doğuda ise: $24{,}2 \times \frac{9}{15} = \%\ \mathbf{14,5}$

1-5 dağılımların hepsinde: **% 7,3**

5-1 dağılımlarda, ♠D veya ♠V Doğuda ise : $7{,}3 \times \frac{2}{6} = \%\ \mathbf{2,4}$

0-6 dağılımda: **% 0,75;** başarıya ulaşır.

Oyun-2'nin başarı olasılığı: 28,4 + 24,2 +14,5 + 7,3 + 2,4 + 0,75 = **% 77,6**

Oyun-3 (9'luya doğru küçük, sonra A çekip empas atmak);

3-3 dağılımlarda, ♠D ve ♠V aynı elde ise: $35{,}5 \times \frac{8}{20} = \%\ \mathbf{14,2}$

4-2 dağılımlarda, ♠D ve ♠V aynı elde ise: $24{,}2 \times \frac{7}{15} = \%\ \mathbf{11,3}$

2-4 dağılımların hepsinde: **% 24,2**

1-5 dağılımların hepsinde: **% 7,3**

5-1 dağılımlarda, ♠D ve ♠V Batıda ise: $7,3 \times \frac{4}{6} = \%\ \mathbf{4,9}$

6-0 ve 0-6 dağılımlarda: **% 1,5;** başarıya ulaşır.

Oyun-3'ün başarı olasılığı: 14,2 + 11,3 + 24,2 + 7,3 + 4,9 + 1,5 = **% 63,4**

SONUÇ: Oyun-2, yani A'a gidip çift empas atmak açık ara önde.

NOT: Olasılık çok mu önemli? Aslında değil; ve kimsenin masada bunları hesaplayacak veya akılda tutacak hali yok. Ki zaten en olası yol (masadaki deklarasyon ve diğer faktörler hesaba katılınca) pratikte en iyi yol olmayabilir. Özetle, "masada olmak" (*table presence*) hep önce gelir.

DAĞILIM OLASILIKLARI VE SAYILARI

Dışarıdaki Kart Sayısı	Dağılım	Olasılık (%)	Kombinasyon Sayısı	Tek Bir Kombinasyonun Olasılığı (%)
2	1-1	52	2	26
	2-0	24	1	24
	0-2	24	1	24
		Toplam=100	Toplam=4	
3	2-1	39	3	13
	1-2	39	3	13
	3-0	11	1	11
	0-3	11	1	11
		Toplam=100	Toplam=8	
4	2-2	40,7	6	6,7833
	3-1	24,85	4	6,2125
	1-3	24,85	4	6,2125
	4-0	4,8	1	4,8
	0-4	4,8	1	4,8
		Toplam=100	Toplam=16	
5	3-2	33,9	10	3,39
	2-3	33,9	10	3,39
	4-1	14,1	5	2,82
	1-4	14,1	5	2,82
	5-0	2,0	1	2,0
	0-5	2,0	1	2,0
		Toplam=100	Toplam=32	
6	3-3	35,53	20	1,775
	4-2	24,22	15	1,6133
	2-4	24,22	15	1,6133
	5-1	7,27	6	1,2167
	1-5	7,27	6	1,2167
	6-0	0,75	1	0,75
	0-6	0,75	1	0,75
		Toplam=100	Toplam=64	
7	4-3	31,1	35	0,8886
	3-4	31,1	35	0,8886
	5-2	15,3	21	0,7286
	2-5	15,3	21	0,7286
	6-1	3,4	7	0,4857
	1-6	3,4	7	0,4857
	7-0	0,25	1	0,25
	0-7	0,25	1	0,25
		Toplam=100	Toplam=128	